

Formális nyelvnek és automaták

4. előadás

Vasziľ György

Számszám-tudományi
tanár

110-es szoba

<http://www.inf.unideb.hu/web/vasziľ/oktatás>

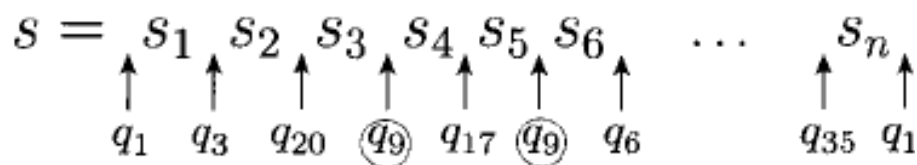
vasziľ.györgy@inf.unideb.hu

A múlt héten...

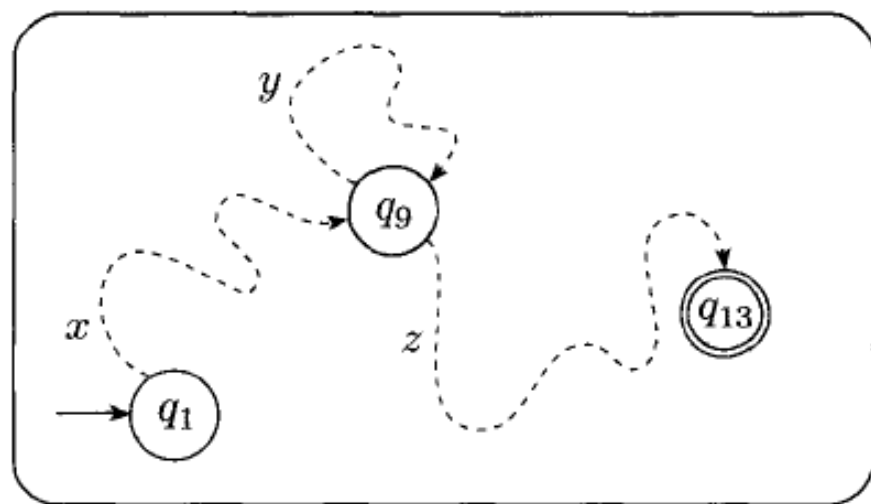
- Pumpálási lemma véges automatákkal elfogadható nyelvekre
- Reguláris kifejezések, reguláris nyelvek
- Nemdeterminisztikus véges automaták

Pumpa lési lemma

Ha egy másik automata által elfogadott
név elismeri, akkor az automata
kezdő állapot legalább egy állapotot
felismeri is.



M



Azár:

Ha $L \subseteq \Sigma^*$ egy adott $M = (Q, \Sigma, q_0, A, \delta)$ végtes automata és $n = |Q|$, akkor minden olyan $x \in L$ L -beli szóra, amelyre $|x| \geq n$, felleltat

$$x = uvw$$

alatt, ahol:

1. $|uv| \leq n$
2. $|v| > 0$ (azaz $v \neq \lambda$)
3. Minden $i \geq 0$ -ra, $uv^i w \in L$

Ha egy nyelv nem teljesíti a pumpálási lemma feltételét, nem lehet régiszer-
vezővel elfogadni.

Pl.: $\nexists M$, hogy $L = L(M)$, ahol

$$L = \{a^i b^i \mid i \geq 1\} \quad (\text{Régiszer automatára})$$

Miért?

És mi a helyzet az $\{a, b\}$ feletti palindrómákat tartalmazó nyelvvel? ..

Másik példa

Nem tudjuk meg, hogy $\nexists M$, ~~ah~~ $L = L(M)$, ha

- $L = \{a^i b^j \mid i \geq j \geq 1\}$

- $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a = |w|_b\}$

$\Rightarrow M$ nincs automata.

A könyvekben:

- J. Martin: 2.4 fejezet, 63 - 67. oldal
- Dömösi et al.: 5.10 fejezet („iterációs lemma”), 116. oldal

A múlt héten...

- Pumpálási lemma véges automatákkal elfogadható nyelvekre
- Reguláris kifejezések, reguláris nyelvek
- Nemdeterminisztikus véges automaták

Reguláris kifejezés

1. a , ahol $a \in \Sigma \cup \{\lambda\} \quad \longleftrightarrow \quad \{a\}$
2. $\emptyset \quad \longleftrightarrow \quad \emptyset$
3. $R_1 + R_2$, ahol R_1 és R_2 reguláris kifejezés.
(Néha $R_1 \cup R_2$) $\longleftrightarrow R_1$ nyelv $\cup R_2$ nyelv
4. $R_1 R_2$, ahol R_1 és R_2 reg. kif. $\longleftrightarrow (R_1 \text{ nyelv}) \cdot (R_2 \text{ nyelv})$
5. R^* , ahol R reg. kif. $\longleftrightarrow (R_1 \text{ nyelv})^*$

Reguláris ki feje zés

Reguláris nyelv

\emptyset

$\{\Lambda\}$

$\{a, b\}^*$

$\{aab\}^*\{a, ab\}$

$(\{aa, bb\} \cup \{ab, ba\})\{aa, bb\}^*\{ab, ba\})^*$

Reguláris kifejezés

\emptyset

Λ

$(a + b)^*$

$(aab)^*(a + ab)$

$(aa + bb + (ab + ba)(aa + bb)^*(ab + ba))^*$

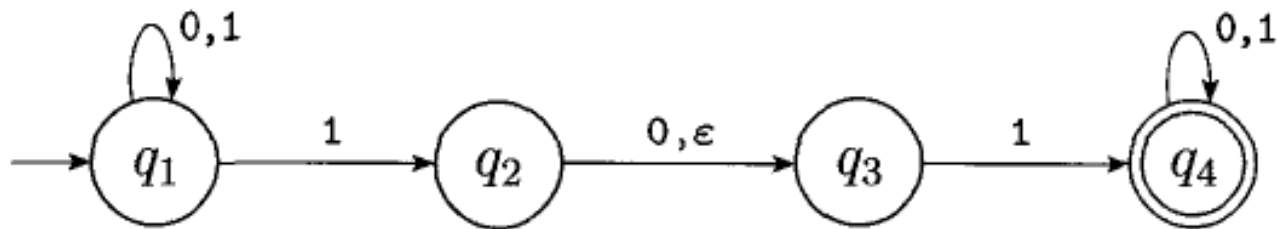
A könyvekben:

- J. Martin: 3.1 fejezet, 92 – 96. oldal
- Dömösi et al.: 5.2 fejezet, 77 – 88. oldal

A múlt héten...

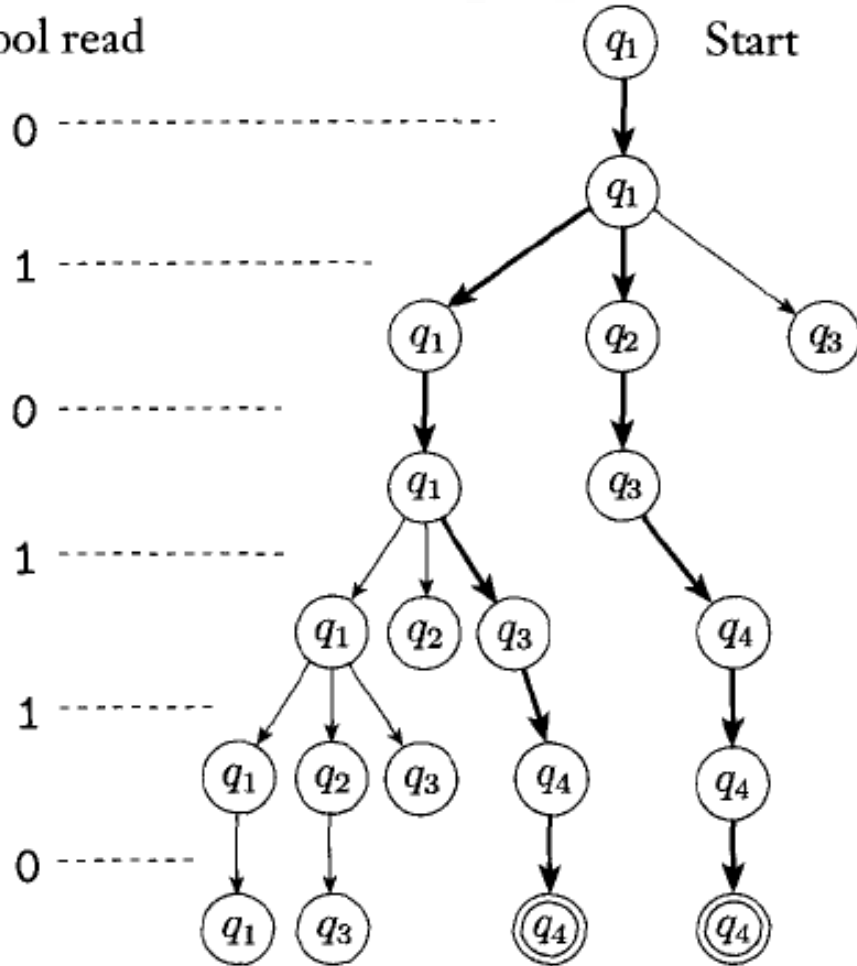
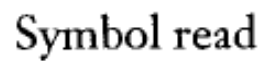
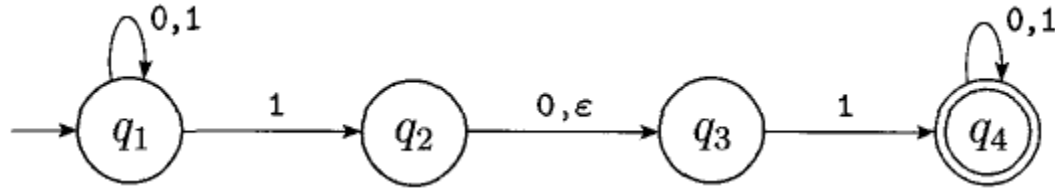
- Pumpálási lemma véges automatákkal elfogadható nyelvekre
- Reguláris kifejezések, reguláris nyelvek
- Nemdeterminisztikus véges automaták

Nem determinisztikus vég- automata



- több lehetséges állapot a jelen
- üres átmenet (ϵ vagy λ)

Nenn das ermi. u. d. v. d. g.
n. u. d. g.

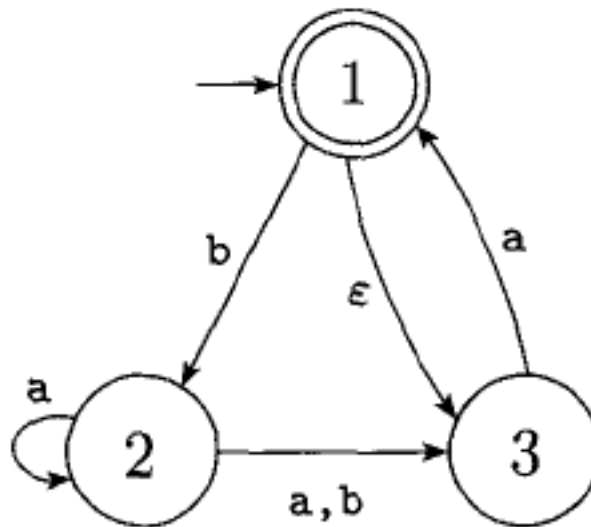


Bemenet : 010110 - (elfogadja)

- J. Martin: 3.2 fejezet, 96 – 104. oldal
- Dömösi et al.: 5.4 fejezet, 83 – 86. oldal

A mai órán

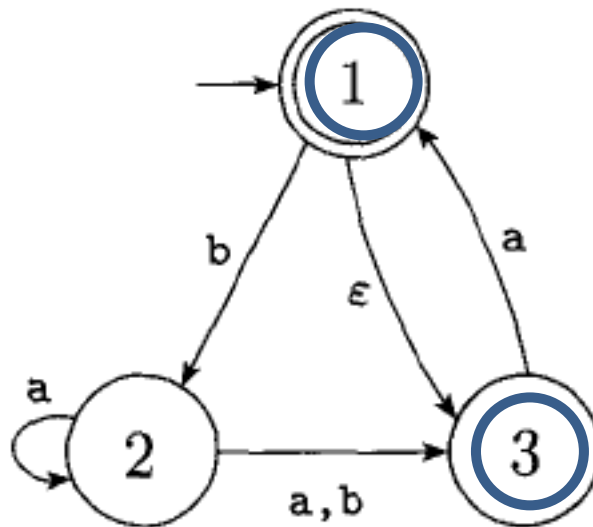
- A nemdeterminisztikusság kiküszöbölése
- Reguláris műveletek és véges automaták
- Reguláris nyelvek és véges automatával elfogadható nyelvek



A bement:

abaa

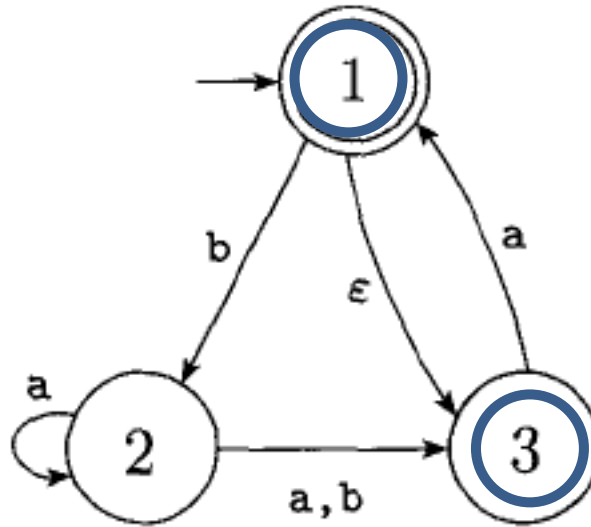
A „közös” kezdőállapot: (1,3)



A bement:

abaa

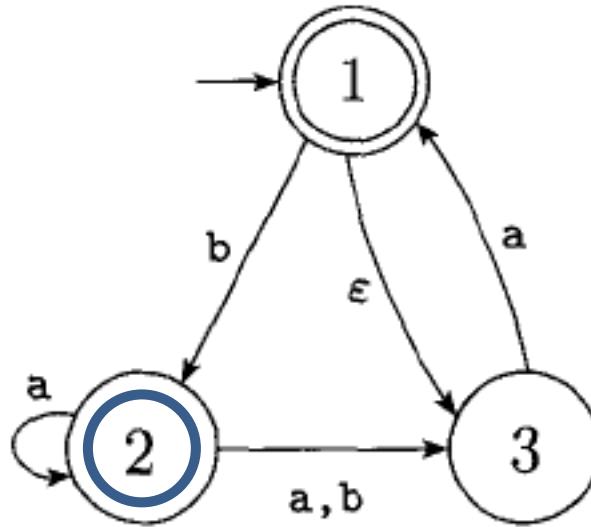
A „közös” kezdőállapot: (1,3)



A bement:

abaa

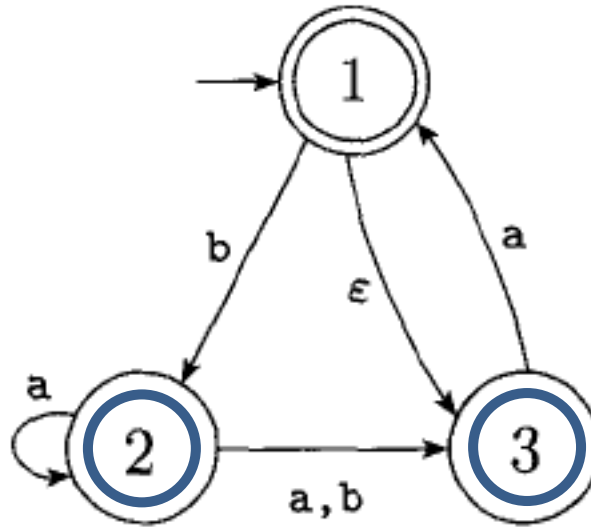
A „közös” állapot: (1,3)



A bement:

ab*aa*

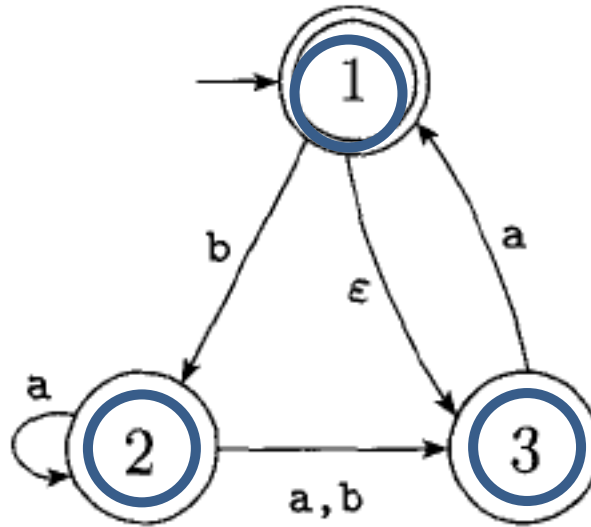
A „közös” állapot: (2)



A bement:

abaa

A „közös” állapot: (2,3)



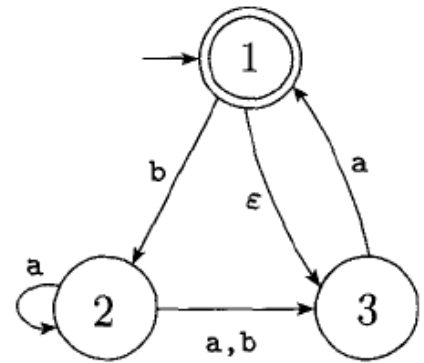
A bement:

abaa

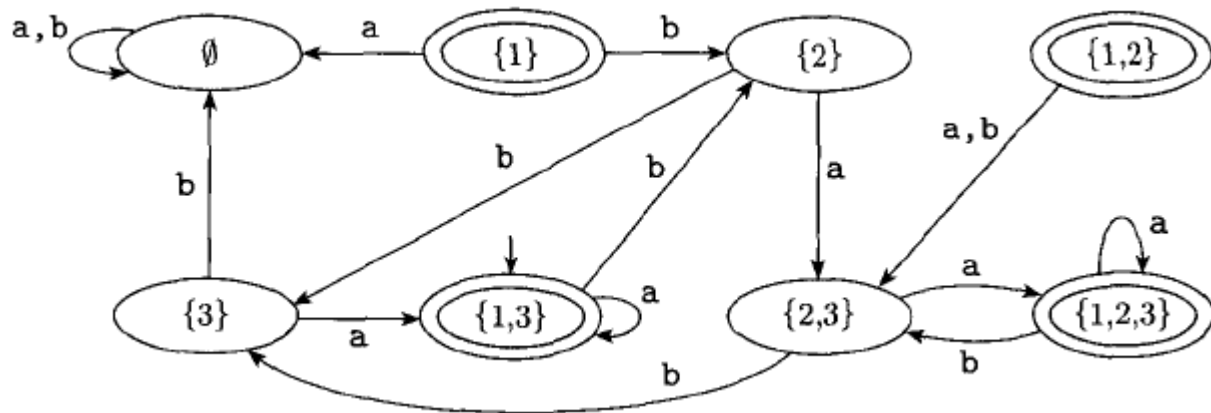
A „közös” állapot: (2,3,1)

Bildaufl

$$N = (\{1, 2, 3\}, \{a, b\}, 1, \{1\}, \sigma)$$



$$M = (2^Q, \{a, b\}, E(\{1\}), \{\{1\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 2, 3\}\}, \sigma')$$



($\{1\}$ & $\{1, 2\}$ abgeschlossen)

A nondeterministic kurtas
Levi nisheli

$$N = (Q, \Sigma, q_0, A, \delta) \text{ nondet} \rightarrow M = (Q', \Sigma, q'_0, A', \delta') \text{ det}$$

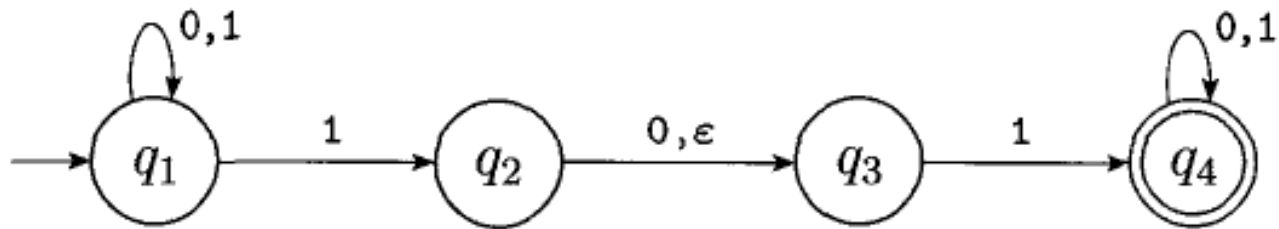
- $Q' = 2^Q$ (Q vishal karai)

- $\delta'(R, a) = \bigcup_{r \in R} \delta^*(r, a), \quad R \subseteq Q$

- $q'_0 = \{q_0\}$

- $A' = \{R \subseteq Q \mid R \cap A \neq \emptyset\}$

Még egy példa

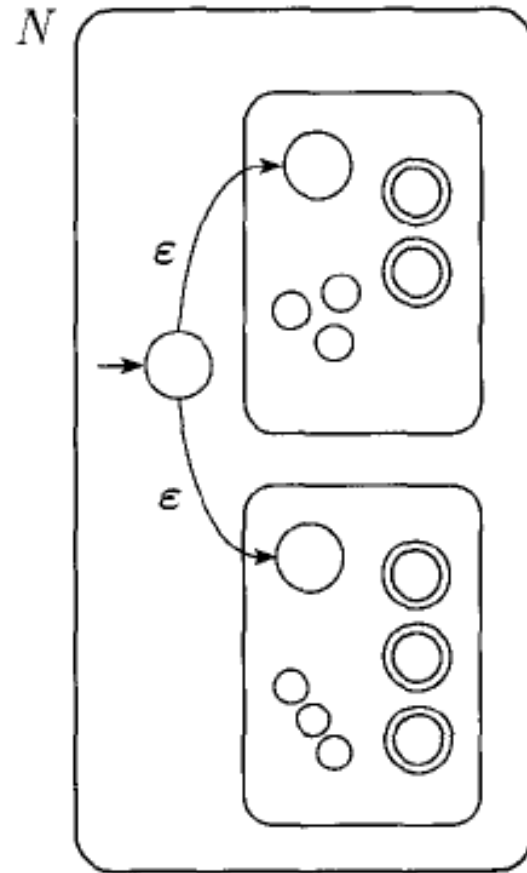
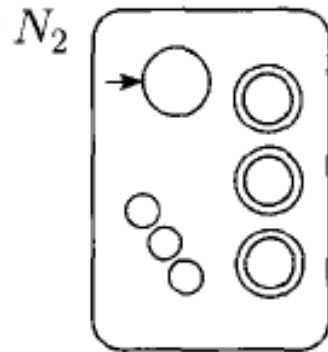
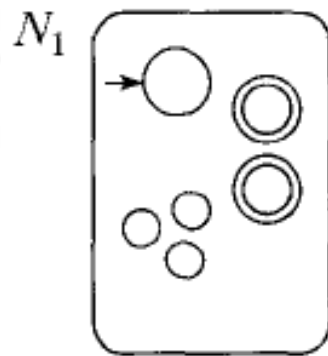


Milyen szavakat fogad el?

A mai órán

- A nemdeterminisztikusság kiküszöbölése
- Reguláris műveletek és véges automaták
- Reguláris nyelvek és véges automatával elfogadható nyelvek

Végső automata val elfogadható
szelver mi ijténar elfogadható



"Theorem" undeterminability
construction

$L(N_1) = A_1$, $L(N_2) = A_2$, construction gives N -et,
wz $L(N) = A_1 \cup A_2$!

$$N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1) \quad N_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$$

$$N = (\underbrace{Q_1 \cup Q_2}_{\{q_0\}}, \Sigma, \delta, q_0, F_1 \cup F_2)$$

also

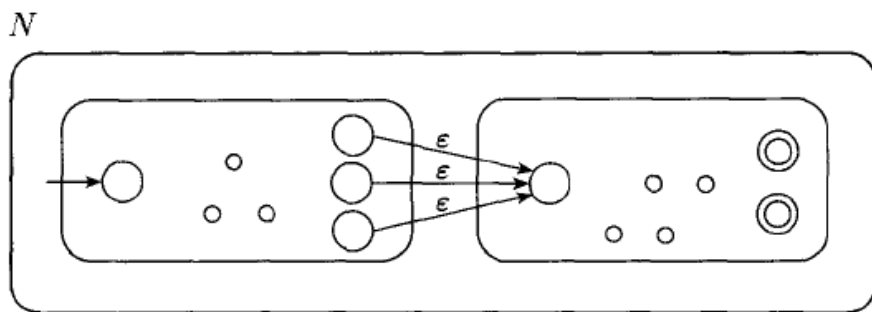
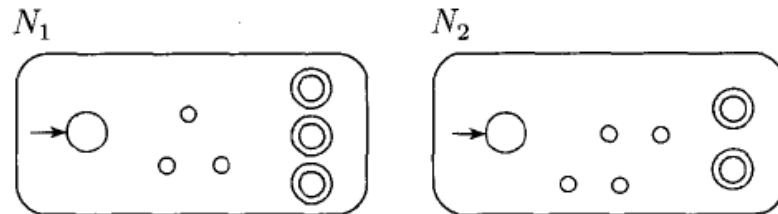
$$\delta(q_0, \varepsilon) = \{q_1, q_2\}$$

$$\delta(q, a) = \delta_1(q, a) \quad \text{wz } q \in Q_1$$

$$\delta(q, a) = \delta_2(q, a) \quad \text{wz } q \in Q_2$$

Konkatenácia

$$N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1) \quad N_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$$



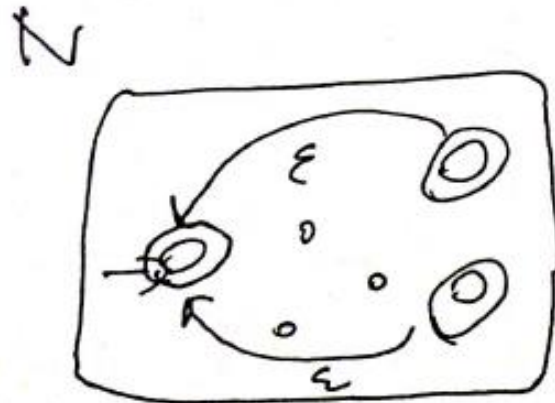
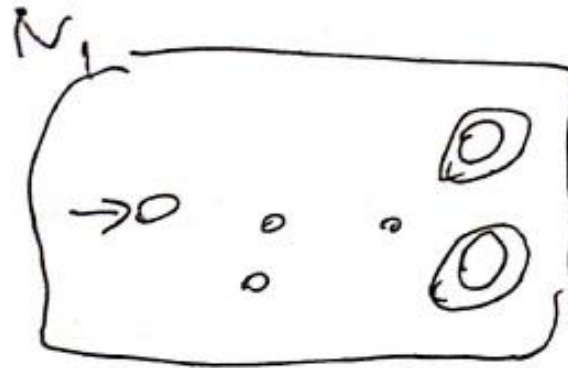
$$N = (Q, \Sigma, \delta, q_1, F_2) \quad \delta(q, a) = \delta_1(q, a) \quad \text{ka } q \in Q_1$$

$$Q = Q_1 \cup Q_2 \quad \delta(q, \epsilon) = \delta_1(q, \epsilon) \cup \{q_2\} \quad \text{ka } q \in F_1$$

$$\delta(q, a) = \delta_2(q, a) \quad \text{ka } q \in Q_2$$

Kontrollen
Levi's (* - Silber)

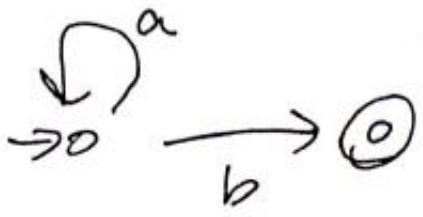
titel?



pi end a
 wider?

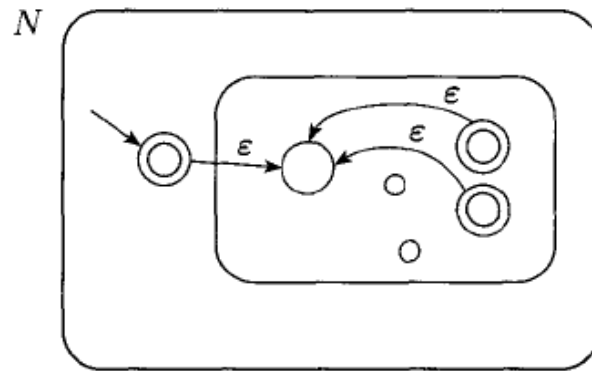
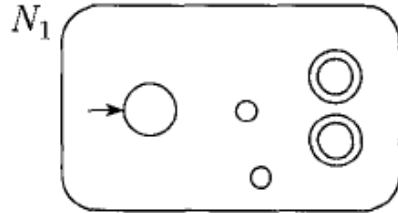
En a kiba an el^a v^a
äflerhen ?

Peildai ul :

$N_1 :$  $L(N_1) = \{a^n b \mid n \geq 0\}$

Caritate unică descriere

$$N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$$



$$N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$$

$$Q = \{q_0\} \cup Q_1$$

q_0 a stare allaport

$$F = \{q_0\} \cup F_1$$

$$\delta(q, a) = \delta_1(q, a) \quad q \in Q_1$$

$$\delta(q, \epsilon) = \delta_1(q, \epsilon) \cup \{q_1\}$$

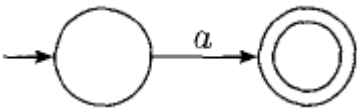
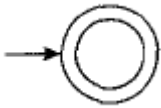
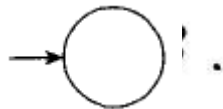
$$\delta(q_0, \epsilon) = \{q_1\}$$

A mai órán

- A nemdeterminisztikusság kiküszöbölése
- Reguláris műveletek és véges automaták
- Reguláris nyelvek és véges automatával elfogadható nyelvek

A reguláris kifejezésről és
a véges automata
ekvivalenciájáról

①. reg. kif \rightarrow véges automata

- $R = a, a \in \Sigma \rightarrow$ 
- $R = \epsilon \rightarrow$ 
- $R = \emptyset \rightarrow$ 

Kérdés az előzők szerint összerakható
az automata

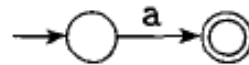
$$R = R_1 \cup R_2, R = R_1 \cdot R_2, R = R_1^*$$

kifejezhető.

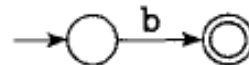
Beispiel:

$$R = (ab \cup a)^*$$

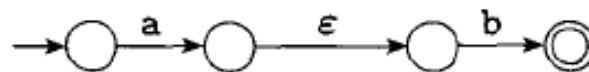
a



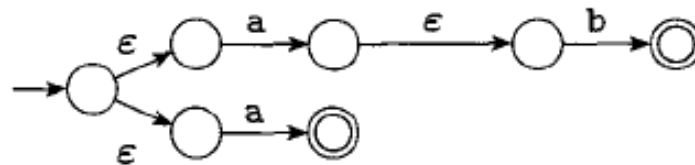
b



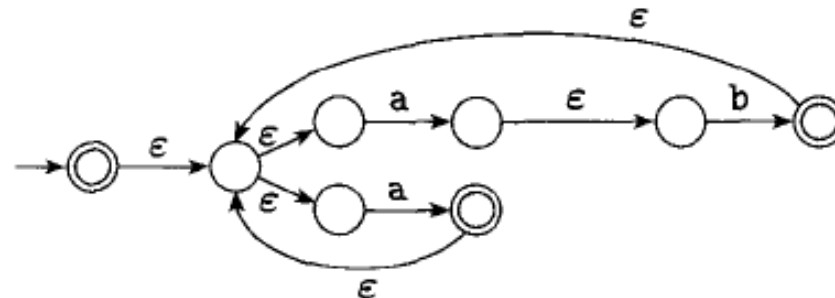
ab



$ab \cup a$



$(ab \cup a)^*$



A reguláris kifejezés és a véges automata

① reg. kif \rightarrow véges automata

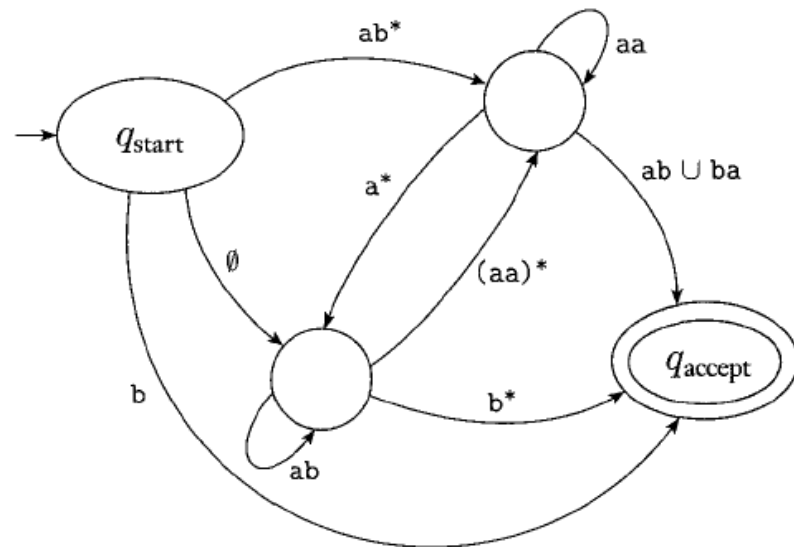
② véges automata \rightarrow általánosított \rightarrow
véges aut.

\rightarrow reg. kif

1. a kezdő állapotban
nem ismerik "szil",
de mindenre meg lehet

2. az egyes elfogadó
állapotban part ellenőrzés

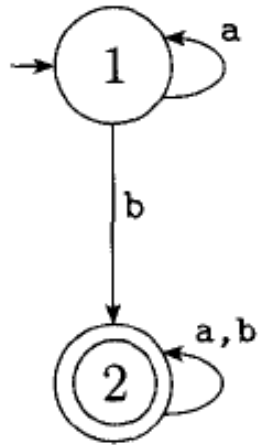
3. a többi állapotban mindig
másképp vezet lefelé



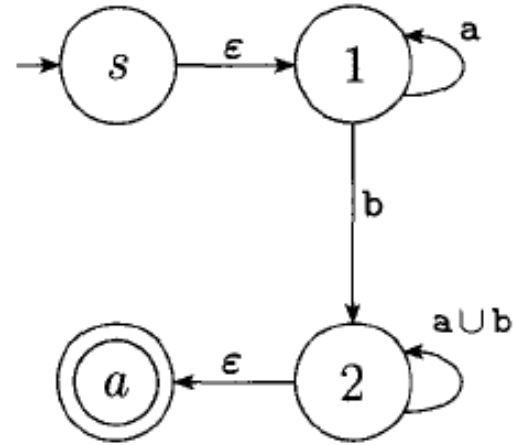
Det. veigs ant. \rightarrow atbaldi veigt
veigs ant.

1. ja vado ir elgads alapcetur
nemie jol, ε -elkhal vjriks be
2. ka eit alapot vjrit tbb
el jut, velzetesijri 1 ellet,
amit an eloc eler uniojanel
amroie meq.

Beispiel :



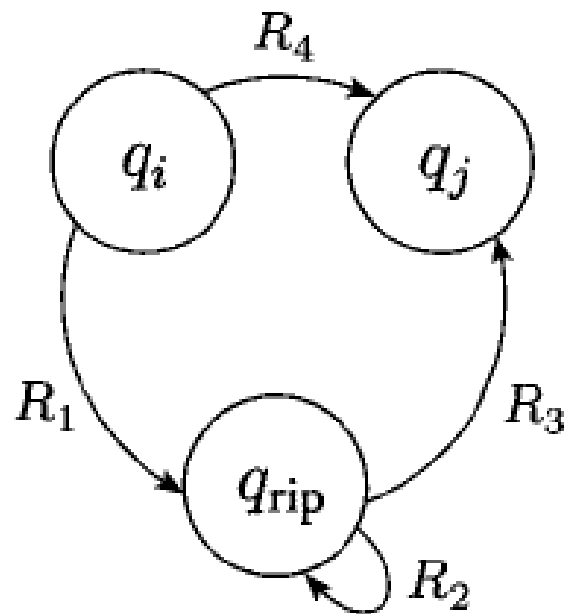
(a)



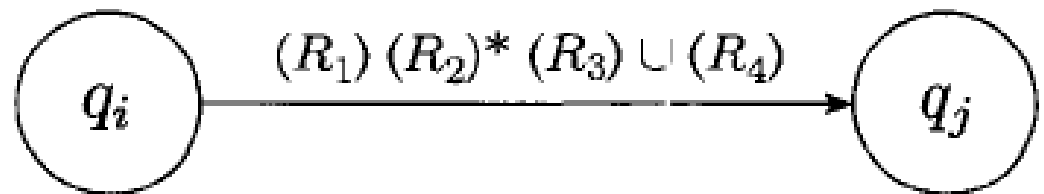
(b)

A'ltala nem tett még
ant. \rightarrow neg. kifejezés

Teljesen másképp az állapot-teret, ami?
szó a rendezés az elfogadott módon.

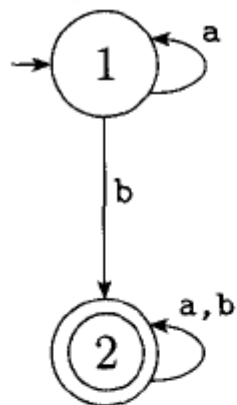


before

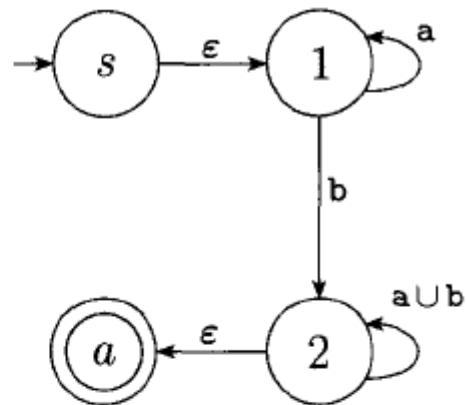


after

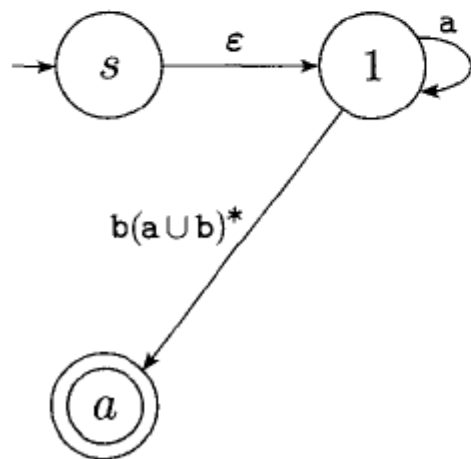
Answer :



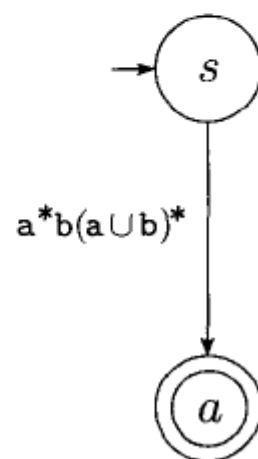
(a)



(b)

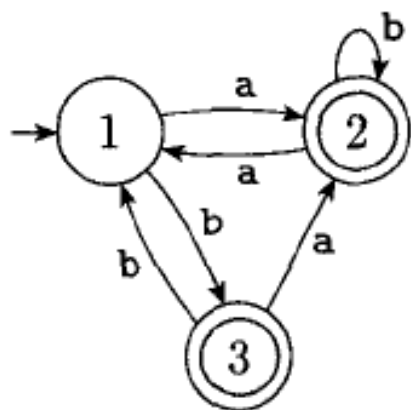


(c)

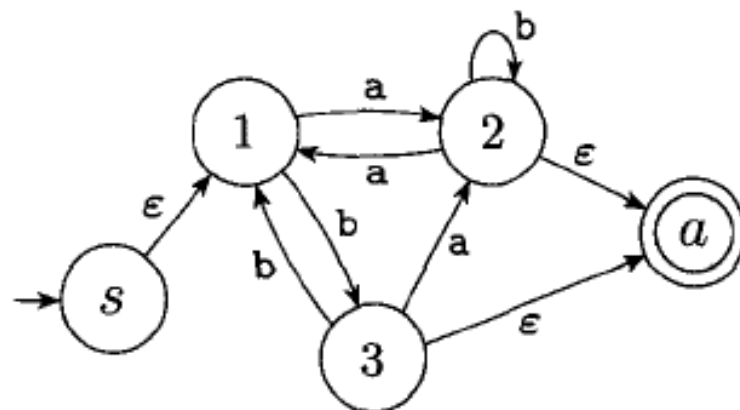


(d)

Meig ean pildla

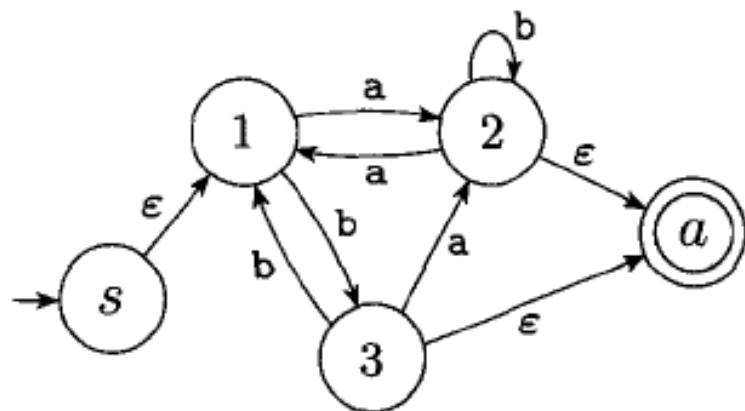


(a)

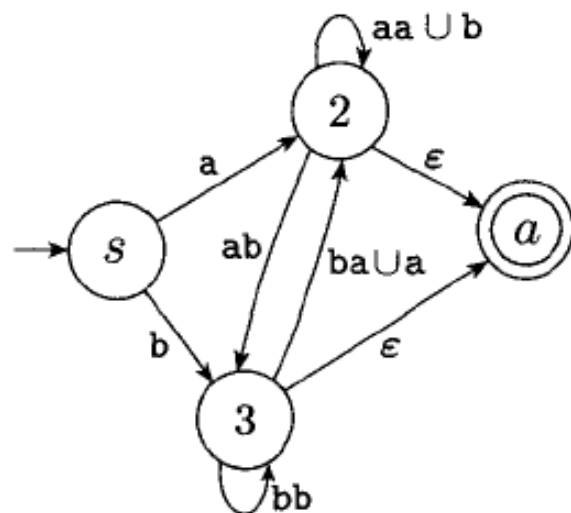


(b)

Meig en pilda

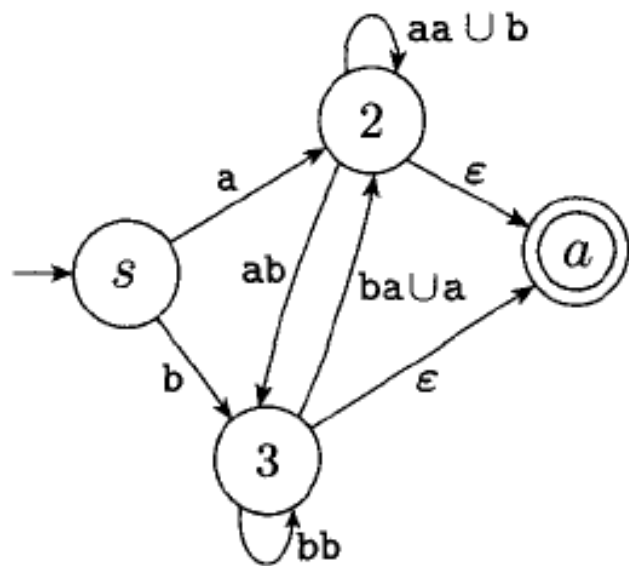


(b)

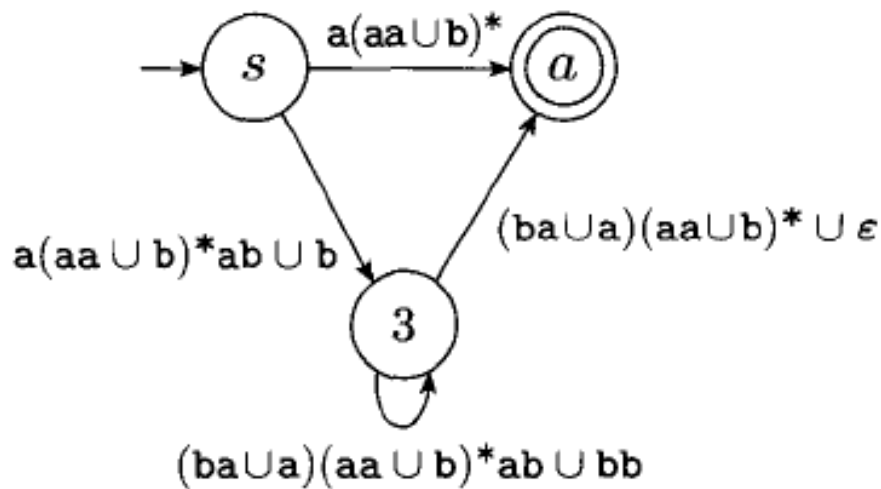


(c)

Meig ean pildet

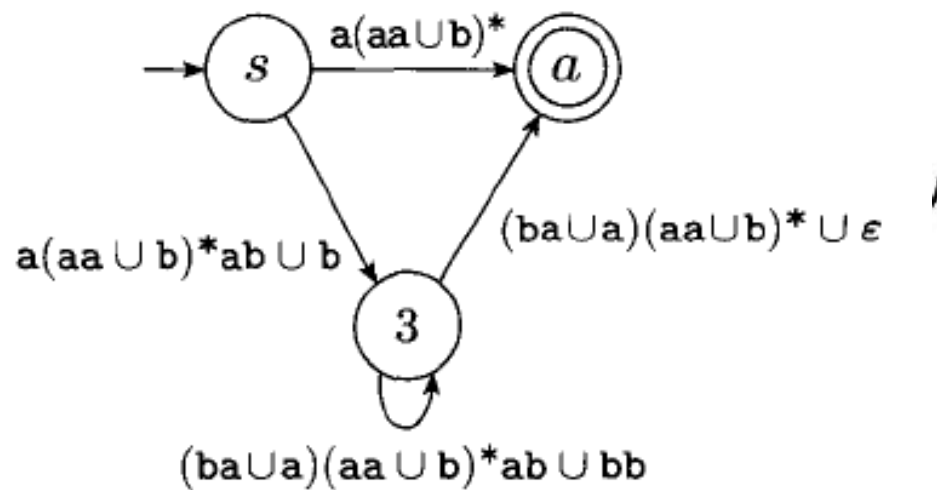


(c)

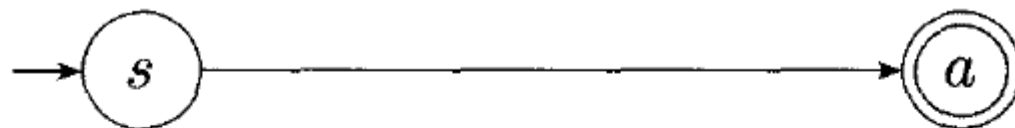


(d)

Meig en pildet



(d)



$(a(aa \cup b)^*ab \cup b)((ba \cup a)(aa \cup b)^*ab \cup bb)^*((ba \cup a)(aa \cup b)^* \cup \epsilon) \cup a(aa \cup b)^*$

(e)

- Első ZH a szakmai hét utáni héten.
- Téma:
 - determinisztikus véges automaták
 - megkülönböztethetlenségi reláció és állapotszám, *minimálautomata*, *minimalizálás*
 - pumpálási lemma véges automaták által elfogadott nyelvekre
 - reguláris nyelvek, reguláris kifejezések
 - *nemdeterminisztikus véges automata*, *determinisztikussá alakítás*, *reguláris kifejezések és véges automaták*

Új téma: Generatív grammatikák

Negativer rekursiver Definition

$$L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$$

1. $\lambda \in L$,
2. $\forall S \in L$, allora $aSb \in L$.

Negatív rekurzív definíció

$$L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$$

1. $\lambda \in L$,

2. Ha $S \in L$, akkor $aSb \in L$.

Ezzel a leírással a fenti nyelvet adhatunk meg:

$$S \rightarrow \lambda \mid a S b$$

(fájl)

Ha is példák: palindrómák
{a, b} felett

a s a b s \downarrow b b a b a van a s s \downarrow a b b a

1. 2 palindróm
2. a, b palindróm
3. Ha s palindróm, akkor a s a s b s b is palindróm

Milyen állásai valósíthatóak implicitán?

Generatív grammatika

• $G = (N, \Sigma, S, P)$

- N : nem terminálisok a'be'ce'

- Σ terminálisok a'be'ce'

- $S \in N$ kezdőszimbólum

- P :

helyettesítési

szabályok

• $L(G)$ az G által generált nyelv
- nyelvi halmaz

Generatív grammatika az első példa

• $G = (N, \Sigma, S, P)$

- $N = \{S\}$ nem terminális álbéce' $N = \{S\}$

- $\Sigma = \{a, b\}$ terminális álbéce'

- $S \in N$ kezdőszimbólum

- $P = \{S \rightarrow ab \mid S \rightarrow aSb\}$ helyettesítési
szabályok

• $L(G)$ az G által generált nyelv
- nyelvek halmaza

Vegyekel azelker megadok, a generativ gramatik

4. Generativ gramatik a következők:

- terminális ábécé, a generálható
szavak ábécéje
- nonterminális ábécé, azaz nembejelölő
a generálás során
- rendszer nonterminális jelölés
- kezelési szabályok, melyek lehetővé
teszik a nembejelölő a
generálás során

Hogyan generálhatjuk
on azokat?

$$P = \{ S \rightarrow ab, S \rightarrow aSb \}$$

$$S \Rightarrow aSb \Rightarrow aaSbb \Rightarrow \dots \Rightarrow a^k S b^k \Rightarrow a^k a b b^k$$

↑
kerdő
szimbólum

↑
helyettesítési
leírás

addig folytatjuk
a helyettesítést,
amíg terminális
szimbólumok álló
nélkül kapunk.

A levezési fogalma formái leírása

Adott $G = (N, \Sigma, S, P)$, legyen u né közvetlenül
levezethető legyen v né lel (ahol $u, v \in (N \cup T)^*$)

- ha
- $v = v_1 \alpha v_2$
 - $u = \text{~~kompozitum~~ } v_1 \beta v_2$
 - literál $\alpha \rightarrow \beta \in P$ miatt

felő u : $v \Rightarrow u$

A levetési fogalma

$G = (N, \Sigma, S, P)$ formális nyelvi rendszer. Szavak

az w_1, w_2, \dots, w_n sorozatára azt mondjuk,

ha w_n levetés w_1 -ről, ha:

$$w_1 \Rightarrow w_2 \Rightarrow \dots \Rightarrow w_n$$

az elölbbiektől ered.

feltevések: $w_1 \Rightarrow^* w_n$

$G = (N, \Sigma, S, P)$ generálj a w nít, ha

$$S \Rightarrow^* w$$

A $G = (N, \Sigma, S, P)$ grammba által generált

nyelv :

$$L(G) = \{w \in \Sigma^* \mid S \Rightarrow^* w\}$$

Re'lda

- Meziq yelnet genera' tji an ala' bhi gramatika?

~~GA(S) = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}~~

$G = (N, \Sigma, S, P)$, ahal

$$N = \{S\}$$

$$\Sigma = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$P = \{S \rightarrow S0 | S1 | S2 | S3 | S4 | S5 | S6 | S7 | S8 | S9 | \epsilon\}$$

PL-2012 levetis:

$$\begin{array}{ccccccc} S & \Rightarrow & S2 & \Rightarrow & S12 & \Rightarrow & S012 \Rightarrow \#2012 \\ \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\ (S \Rightarrow S2) & & (S \Rightarrow S1) & & (S \Rightarrow S0) & & (S \Rightarrow 2) \end{array}$$

Logica lehte eluvi, ~~beg~~ (P unidentifical),
kui ke generalisatsiooniks oleks 0-4at?

Miért nevezzük nyelvészetet (← grammatika)
a generatív grammatikát?

Noam Chomsky amerikai nyelvész a
természet (nato'di) nyelvét leírásához
eljárásait ~~ezt~~ de a fogalmaz (1956-tól)

<mondat> ::= <alanyi rész> <állítmányi rész>

<alanyi rész> ::= <főnévi rész> <határozó>

<állítmányi rész> ::= <tárgyi rész> <igei rész>

<főnévi rész> ::= <névelő> <jelzők> <főnév>

<névelő> ::= ϵ | a | az | egy

<jelzők> ::= <jelző> | <jelző> <jelzők>

<jelző> ::= ϵ | hideg | meleg | fehér | fekete | nagy | kis

<főnév> ::= kutya | macska | hús | egér | sajt | tej | víz

<határozó> ::= ϵ | nappal | éjjel | reggel | este

<tárgyi rész> ::= <főnévi rész>t

<igei rész> ::= eszik | iszik

<mondat> \Rightarrow <alanyi rész><állítmányi rész> \Rightarrow
 <főnévi rész><határozó><állítmányi rész> \Rightarrow
 <névelő><jelzők><főnév><határozó><állítmányi rész> \Rightarrow
 a <jelzők><főnév><határozó><állítmányi rész> \Rightarrow
 a <jelző><jelzők><főnév><határozó><állítmányi rész> \Rightarrow
 a nagy <jelzők><főnév><határozó><állítmányi rész> \Rightarrow
 a nagy <jelző><főnév><határozó><állítmányi rész> \Rightarrow
 a nagy fehér <főnév><határozó><állítmányi rész> \Rightarrow
 a nagy fehér kutya <határozó><állítmányi rész> \Rightarrow
 a nagy fehér kutya reggel <állítmányi rész> \Rightarrow
 a nagy fehér kutya reggel <tárgyi rész><igei rész> \Rightarrow
 a nagy fehér kutya reggel <főnévi rész>t<igei rész> \Rightarrow
 a nagy fehér kutya reggel <névelő><jelzők><főnév>t<igei rész> \Rightarrow
 a nagy fehér kutya reggel <jelzők><főnév>t<igei rész> \Rightarrow
 a nagy fehér kutya reggel <jelző><főnév>t<igei rész> \Rightarrow
 a nagy fehér kutya reggel meleg <főnév>t<igei rész> \Rightarrow
 a nagy fehér kutya reggel meleg húst <igei rész> \Rightarrow
 a nagy fehér kutya reggel meleg húst eszik